電波天文学特論 II 2008-5

6.7 ビームパターン

仮に強度 1 の点源があったとして、それを干渉計で観測した場合どのようにみえるかを考える。この場合、輝度分布は

$$I_\nu(x, y) = \delta(x)\delta(y) \tag{1}$$

で与えられる。これを 2 次元フーリエ変換すると、

$$S_\nu(u, v) = \int\int I_\nu(x, y) e^{2\pi i(ux+vy)} dxdy = 1. \tag{2}$$

すなわち、強度 1 の点源を観測した場合のビジビリティはどの (u, v) 点でも振幅 1、位相項 0 である。つまり、点源の場合、干渉計の基線長によらずまったく同じパワーで観測される。

ところで、我々が観測でまず得る量は $S_\nu(u, v)$ であり、2 次元フーリエ変換を用いてこれを $I_\nu(x, y)$ に直して画像を得、それを天文学研究に利用する。ここで、フーリエ変換でビジビリティを輝度に変換する式

$$I_\nu(x, y) = \int\int S_\nu(u, v) e^{-2\pi i(ux+vy)} dudv \tag{3}$$

は、暗黙のうちに積分区間を $-\infty < u < \infty$, $-\infty < v < \infty$ と仮定している。一方、実際の干渉計は有限の基線長を持つから、実際の干渉計観測でサンプルされる (u, v) 領域は有限であり、積分区間を有限にとることは現実には不可能である。

有限の (u, v) 領域が及ぼす観測への影響を見るために、以下で一次元の問題を考える。天体は 1 次元の点源であるとして、輝度は x 成分、ビジビリティは u 成分のみを考え、$-u_0 < u < u_0$ の有限区間を一様にサンプルした状況を考える。ここで $u_0 \equiv U_0/\lambda$ であり、U_0 は最大基線長である。このとき、観測されるビジビリティは

$$S_\nu(u) = 1 \quad (-u_0 < u < u_0), \tag{4}$$

である。これを逆フーリエ変換して天体の輝度分布を求めると、

$$\begin{aligned} I_{\rm obs}(u) &= \int_{-u_0}^{u_0} S_\nu(u) e^{-2\pi i ux} du \\ &= \frac{1}{-2\pi i x} e^{-2\pi i ux}\Big|_{-u_0}^{u_0} \\ &= \frac{\sin(2\pi u_0 x)}{\pi x}. \end{aligned} \tag{5}$$

これは sinc 関数 ($\mathrm{sinc}\, x = \sin x/x$) の形をしている。$x = 0$ の近傍で $I_{\mathrm{obs}}(x) = 0$ となる最初の点は $x = 1/2u_0$ であり、点源を観測したときの広がり x_{beam} はこれを 2 倍して、

$$x_{\mathrm{beam}} = \frac{1}{u_0} = \frac{\lambda}{U_0}, \tag{6}$$

となる。ここで λ は観測波長であり U_0 は U の最大値である。すなわち、干渉計で点源を観測するとその広がりは λ/U_0 として観測される。これが干渉計のビームサイズ（分解能）である。なお、この式は単一鏡の分解能を表す式 $\theta_{\mathrm{beam}} = \lambda/D$ に相当し、単一鏡の口径 D を最大基線長 U_0 で置き換えたものになっている。また、sinc 関数をプロットすればわかるように、x が大きいところでも小さな山と谷が繰り返し存在し、これをサイドローブという。サイドローブがメインビームに対して大きいと、観測されたイメージから真のイメージを推定するのが難しくなる。サイドローブをできるだけ小さくするには UV カバレッジをできるだけ良くする他、観測された UV 点に重みをかけて、動的にビームを制御することもある。このように UV に対する重みをかける操作をテーパーという。例えば、テーパー関数としてガウス分布を考えると、ガウス分布のフーリエ変化はガウス分布になるので、サイドローブレベルをかなり押さえることができる。しかし、ガウス分布の重みをかけることを長基線のデータの重みが小さくなり、結果としてイメージの空間分解能は劣化する。

6.8 ミッシングフラックス

干渉計では、単一鏡に比べて高い分解能が達成されるのと引き換えに、広がった構造に対する感度が低下するという問題が発生する。これを干渉計によるミッシングフラックスと呼び、干渉計データの解釈に当たっては必ず気をつけなければならない重要な問題である。

極端な例として、一様輝度 I_0 で無限に広がった天体を考えると、

$$I_\nu(x, y) = I_0, \tag{7}$$

より、ビジビリィティは

$$S_\nu(u, v) = \int\!\!\int I_\nu(x, y) e^{2\pi i(ux+vy)} dxdy = I_0 \delta(u)\delta(v). \tag{8}$$

すなわち、観測されるビジビリィティは原点 (u, v)=(0, 0) 以外ではすべて 0 となる。これは、この天体を干渉計で観測しても、天体がまったく無いブランクスカイを観測した場合と同じように見えることを意味する。つまり、一様輝度で無限に広がる構造は、単一鏡（(u, v)=(0, 0) に相当）以外では観測できない。これは、一様輝度の天体の場合、各場所からの電波が場所ごとに異なる遅延時間 τ_g を持っているために、可干渉性を持った積分ができないこ

とに起因している。有限の大きさをもった天体の場合でも、天体の大きさがビームサイズよりも大きくなると、干渉計で検出されるフラックスは真のフラックスに対して著しく減少する。このようなミッシングフラックスをなるべく小さくするには、1) 短い基線を加えて UV カバレッジを良くすることに加え、2) 単一鏡で全フラックスを測定することも必要である。ALMA 計画ではこの目的のために、日本が ACA（Atacama Compact Array）を分担している。ACA は 7m 鏡１２台の干渉計で短い基線をサンプルするとともに、単一鏡専用の 12m 鏡４台でミッシングフラックスのないトータルフラックスを測定する。

6.9 干渉計による天体位置計測

すでに述べたように、干渉計の重要な観測量として幾何学的遅延時間 τ_g がある。

$$\tau_g = \frac{\vec{B}\cdot\vec{s}}{c}. \tag{9}$$

ここで、基線ベクトル $\vec{B}$ が既知であれば、幾何学的遅延時間の観測（厳密には２つ以上の独立な計測が必要）から、天体の位置ベクトル $\vec{s}$ を得ることができる。これが干渉計による位置計測の原理である。

具体的には、遅延追尾後のパワースペクトルが

$$S(\nu) = F_\nu e^{2\pi i(ux+vy)} \tag{10}$$

であり、位相項については

$$\phi = 2\pi\nu(\tau_g - \tau_0) = 2\pi(ux+vy) \tag{11}$$

の関係がある。この式は式 (??) を追尾中心に対する残差として具体的に書き下したものになる。従って、パワースペクトルの位相項から、追尾中心に対する残差位置 (x, y) を求めることができるのである。

位相計測誤差と天体位置誤差の関係を得るために、上の式を一次元化して簡単化すると

$$\Delta\phi = 2\pi u_0 \Delta x \tag{12}$$

とかける。ここで u_0 は最大基線長に相当する空間周波数であり、$u_0 = B/\lambda$ である。これを変形すると、

$$\Delta x = \frac{\Delta\phi}{2\pi u_0} = \left(\frac{\Delta\phi}{2\pi}\right)\theta_{\rm beam}. \tag{13}$$

ここで、望遠鏡のビームサイズが $\theta_{\rm beam} \approx 1/u_0$ という関係式で与えられることを用いている。この式からわかるように天球面上でビームサイズ１個分の位置ずれは位相 2π（360 度) に相当している。

一方、熱雑音誤差を考えた場合、位相の決定精度は信号対雑音比 S/N を用いて

$$\Delta\phi = \frac{1}{S/N}\ \ \mathrm{rad} \tag{14}$$

と書ける。VERA の場合、最大基線長 $B \approx 2300$ km であり、$\nu = 22$ GHz の場合、ビームサイズは 1.2 mas 程度であるから、$S/N \approx 20$ の場合の位置誤差は

$$\Delta x = \left(\frac{1}{2\pi \times 20}\right)\theta_{\mathrm{beam}} \approx 10\ \mu\mathrm{as} \tag{15}$$

となり、理論上はビームサイズの 100 分の 1 程度でも十分計測できることになる。

6.10 位相補償観測

上記のような高い位置計測精度を達成する上で、最大の困難となるのが大気の存在である。大気中の光速度は真空中の光速度 c よりも小さくなるので、その効果により付加遅延が発生し、その変動によりビジビリティの位相も影響を受ける。大気による遅延は、乾燥大気成分と湿潤大気成分（水蒸気）の遅延に大別され、以下のような特徴を持っている。

- 乾燥大気成分：1 気圧、水蒸気圧 0 状態で、光路長換算で約 2.3m 相当の遅延。ほぼ固定値である。
- 水蒸気成分：水蒸気分圧に大きく依存し、典型的には 0 から 30 cm 程度。激しく時間変動し、地表付近では数分間に数 cm 程度変動する。

上記のうち、特に水蒸気成分は激しく時間変動するので、位置天文観測を行なう上で致命的な誤差要因となる。

水蒸気ゆらぎは数 cm のスケールを持つので、普通の地上観測では位置精度 10 μas を達成するために必要な遅延精度（光路長換算では $\lambda \times \theta_{\mathrm{beam}}/10\mu\mathrm{as} \sim$ 0.1 mm）を達成することはできない。この問題を回避するために考案された方法が近傍の 2 つの天体をほぼ同時に観測することで大気の揺らぎを打ち消す位相補償である。

いま、 2 つの天体を同時に観測し、それぞれの天体について遅延時間を計測したとする（天体 1 を目標天体、天体 2 を基準天体する）。このとき、それぞれの天体の観測には大気による付加遅延項が加わるので

$$\tau_{\mathrm{obs},1} = \frac{\vec{B}\cdot\vec{s_1}}{c} + \tau_{\mathrm{atm}}(t) \tag{16}$$

$$\tau_{\mathrm{obs},2} = \frac{\vec{B}\cdot\vec{s_2}}{c} + \tau'_{\mathrm{atm}}(t) \tag{17}$$

となる。このとき、2つの天体が天球面上で十分近ければ（例えば数度以内）、大気の揺らぎはほぼ共通化される（すなわち $\tau_{\rm atm}(t) \sim \tau'_{\rm atm}(t)$）。よって、2つの式の差分を取ると、

$$\Delta\tau_{21} \equiv \tau_{\rm obs,2} - \tau_{\rm obs,1} = \frac{\vec{B}\cdot(\vec{s_2}-\vec{s_1})}{c} \tag{18}$$

すなわち、観測量 $\Delta\tau_{21}$ から、大気の揺らぎに影響されずに天体の相対位置 $(\vec{s_2}-\vec{s_1})$ を計測することができる。

これを実現するには、2つの天体を同時に観測できるシステムが必要であり、VERA はこの目的のために世界で初めて2ビーム同時受信観測層装置を搭載している。一方、2ビームを持たない通常の電波望遠鏡の場合は、2天体を短いサイクルで交互に観測するスイッチング法という方法で代用する。スイッチングの場合、大気の揺らぎが変動する時間スケール（数分）よりも短い間に2天体間を切り替える必要がある。この場合、基準天体を観測するや、アンテナの駆動時間を考えると、目標天体に望遠鏡が向いている時間は全観測時間の 25%程度となり、観測効率が悪くなるという問題がある。

7 VLBI で観測する天体

VLBI の特徴である高分解を生かした研究をするには、他の波長の望遠鏡では分解できないが、VLBI では分解することができるスケールの天体を観測するのが効果的である。一方、すでに述べたように、VLBI は感度に難点があるので、上記のような適当なスケールを持つものの中で、高輝度放射を持つものが観測対象となる。VLBI の典型的な分解能として θ =0.1∼1 mas を考えると、この分解能に対応する実スケールは距離 D の関数として

$$L = \left(\frac{\theta}{1\,\rm mas}\right)\left(\frac{D}{1\,\rm kpc}\right)\ {\rm AU}, \tag{19}$$

という関係式で表すことができる。すなわち銀河系内近傍の kpc スケールであれば 1 AU 程度の構造を分解することができる。巨星の星周ガスや星形成領域の原始星円盤／アウトフローはこれよりも大きいスケールであるから VLBI で分解することができる。また、天体の年周視差は 1 AU に相当する角度であるから、kpc スケールの年周視差も VLBI で狙うのに適したスケールである。一方、系外銀河のスケールでは、D ∼ 10 Mpc とすると、L はサブパーセクスケールになり、AGN ジェットなどをこのスケールで分解することも VLBI の重要な応用例となる。また、VLBI の高分解能観測の究極のゴールとして、ブラックホールの事象の地平線を分解し、文字通り「黒い穴」を分解して見るというものがある。銀河系中心のブラックホール Sgr A*は太陽の 400 万倍の質量を持つ巨大ブラックホールであり、全天でもっとも見かけの大きさが大きいブラックホールである。Sgr A*の重力半径は 10 μas 程度と期待される

ので、今後の VLBI 観測技術の進展（サブミリ波）によって実現可能なレベルにある。