

# 天体測定学 II 2007-11

## 1 像合成

前回までの議論では、天体が点源であることを仮定していたが、以下では天体が点源でなく構造を持っている状態を考える。

まず、天体の構造を点源の重ね合わせで表すとす。フラックスが  $F_i$  の点源が位置  $(x_i, y_i)$  にあるとき、観測されるパワースペクトルはそれらの重ね合わせにより、

$$S(\nu) = \sum_i F_i e^{2\pi i(u x_i + v y_i)} \quad (1)$$

とかける。

あるいは、よりスムーズな輝度分布  $I_\nu(x, y)$  を考えると、フラックスと輝度の関係  $F(x, y) = I_\nu(x, y) dx dy$  を式 (1) に用いてパワースペクトルは

$$S(\nu) = \sum_i \int \int I_\nu(x_i, y_i) e^{2\pi i(u x_i + v y_i)} dx_i dy_i$$

より、総和を積分と置き換えて

$$S(\nu) = \int \int I_\nu(x, y) e^{2\pi i(u x + v y)} dx dy \quad (2)$$

と書ける。すなわち、パワースペクトルは輝度分布  $I_\nu(x, y)$  の2次元フーリエ変換  $(x, y \rightarrow u, v)$  になっている。パワースペクトルを陽に  $u, v$  の関数として表したものを  $(S_\nu(u, v))$  を特にビジビリティと呼ぶ。つまり、干渉計観測によって得られるビジビリティを以下のように逆フーリエ変換することで、天体の輝度分布を得ることができるのである。これが干渉計による像合成の基本原理である。すなわち、

$$I_\nu(x, y) = \int \int S_\nu(u, v) e^{-2\pi i(u x + v y)} du dv \quad (3)$$

である。

以下に、相互相関関数、パワースペクトル/ビジビリティ、輝度分布の、フーリエ変換を通じた関係をまとめる。

$$C(\tau) \longleftrightarrow S(\nu) = S_\nu(u, v) \longleftrightarrow I_\nu(x, y) \\ (\tau \longleftrightarrow \nu, (u, v) \longleftrightarrow (x, y))$$

## 2 ビームパターン

仮に強度1の点源があったとして、それを干渉計で観測した場合どのように見えるかを考える。この場合、輝度分布は

$$I_\nu(x, y) = \delta(x)\delta(y) \quad (4)$$

で与えられる。これを2次元フーリエ変換すると、

$$S_\nu(u, v) = \iint I_\nu(x, y) e^{2\pi i(ux+vy)} dx dy = 1. \quad (5)$$

すなわち、強度1の点源を観測した場合のビジビリティはどの $(u, v)$ 点でも振幅1、位相項0である。つまり、点源の場合、干渉計の基線長によらずまったく同じパワーで観測される。

ところで、我々が観測でまず得る量は $S_\nu(u, v)$ であり、2次元フーリエ変換を用いてこれを $I_\nu(x, y)$ に直して画像を得、それを天文学研究に利用する。ここで、フーリエ変換でビジビリティを輝度に変換する式

$$I_\nu(x, y) = \iint S_\nu(u, v) e^{-2\pi i(ux+vy)} du dv \quad (6)$$

は、暗黙のうちに積分区間を $-\infty < u < \infty, -\infty < v < \infty$ と仮定している。一方、実際の干渉計は有限の基線長を持つから、実際の干渉計観測でサンプルされる $(u, v)$ 領域は有限であり、積分区間を有限にとることは現実には不可能である。

有限の $(u, v)$ 領域が及ぼす観測への影響を見るために、以下で次元の問題を考える。天体は1次元の点源であるとして、輝度は $x$ 成分、ビジビリティは $u$ 成分のみを考え、 $-u_0 < u < u_0$ の有限区間を一樣にサンプルした状況を考える。ここで $u_0 \equiv U_0/\lambda$ であり、 $U_0$ は最大基線長である。このとき、観測されるビジビリティは

$$S_\nu(u) = 1 \quad (-u_0 < u < u_0), \quad (7)$$

である。これを逆フーリエ変換して天体の輝度分布を求めると、

$$\begin{aligned} I_{\text{obs}}(x) &= \int_{-u_0}^{u_0} S_\nu(u) e^{-2\pi i u x} du \\ &= \frac{1}{-2\pi i x} e^{-2\pi i u x} \Big|_{-u_0}^{u_0} \\ &= \frac{\sin(2\pi u_0 x)}{\pi x}. \end{aligned} \quad (8)$$

これはsinc関数( $\text{sinc } x = \sin x/x$ )の形をしている。 $x=0$ の近傍で $I_{\text{obs}}(x) = 0$ となる最初の点は $x = 1/2u_0$ であり、点源を観測したときの広がり $x_{\text{beam}}$ はこれを2倍して、

$$x_{\text{beam}} = \frac{1}{u_0} = \frac{\lambda}{U_0}, \quad (9)$$

となる。ここで $\lambda$ は観測波長であり $U_0$ は $U$ の最大値である。すなわち、干渉計で点源を観測するとその広がり $\lambda/U_0$ として観測される。これが干渉計のビームサイズ(分解能)である。なお、この式は単一鏡の分解能を表す式 $\theta_{\text{beam}} = \lambda/D$ に相当し、単一鏡の口径 $D$ を最大基線長 $U_0$ で置き換えたものになっている。また、sinc関数をプロットすればわかるように、 $x$ が大

きいところでも小さな山と谷が繰り返して存在し、これをサイドローブという。サイドローブがメインビームに対して大きいと、観測されたイメージから真のイメージを推定するのが難しくなる。サイドローブをできるだけ小さくするには  $UV$  カバレッジをできるだけ良くする他、観測された  $UV$  点に重みをかけて、動的にビームを制御することもある。このように  $UV$  に対する重みをかける操作をテーパーという。例えば、テーパー関数としてガウス分布を考えると、ガウス分布のフーリエ変化はガウス分布になるので、サイドローブレベルをかなり押さえることができる。しかし、ガウス分布の重みをかけることを長基線のデータの重みが小さくなり、結果としてイメージの空間分解能は劣化する。

### 3 CLEAN

先にみたように、点源を観測した際に干渉計で得られる像がビームパターンであり、一般の天体を観測した際に得られる像は、真の輝度分布  $I_\nu$  にビームパターン  $I_{\text{beam}}$  を畳み込んだものになる。すなわち、

$$I_{\text{obs}}(x, y) = \iint I_\nu(x', y') I_{\text{beam}}(x - x', y - y') dx' dy'. \quad (10)$$

この、観測されたレジビリティをフーリエ変換して直接得られる像  $I_{\text{obs}}(x, y)$  をダーティイメージと呼ぶ。

ダーティイメージから真の輝度分布  $I_\nu(x, y)$  を得るには、CLEAN といわれる方法が良く用いられる。CLEAN は、天体像を多数の点源 (CLEAN コンポネント) の集合で表すもので、そのイメージは

$$I_{\text{model}}(x, y) = \sum_i I_i(x_i, y_i) I_{\text{beam}}(x - x_i, y - y_i) \quad (11)$$

であり、このような点源の集合  $I_i(x_i, y_i)$  を、イメージ残差

$$I_{\text{resid}}(x, y) = I_{\text{obs}}(x, y) - I_{\text{model}}(x, y) \quad (12)$$

をなるべく小さくするように求める。実際には、ダーティイメージ上から、そのピークの 10% 程度の点源を、残差が収束するところまで繰り返し差し引き、差し引かれた点源が CLEAN コンポネントに、残った残差が  $I_{\text{resid}}$  になる。CLEAN を行った後の最終像は、CLEAN コンポネントにメインビームの広がりをかけ、さらにイメージの残差を加えたものとする。すなわち、

$$I_{\text{final}}(x, y) = \sum_i I_i(x_i, y_i) I_{\text{MB}}(x - x_i, y - y_i) + I_{\text{resid}}(x, y), \quad (13)$$

であり、ここで  $I_{\text{MB}}$  はメインビームの形状を現す関数である。

## 4 ミッシングフラックス

干渉計では、単一鏡に比べて高い分解能が達成されるのと引き換えに、広がった構造に対する感度が低下するという問題が発生する。これを干渉計によるミッシングフラックスと呼び、干渉計データの解釈に当たっては必ず気をつけなければならない重要な問題である。

極端な例として、一様輝度  $I_0$  で無限に広がった天体を考えると、

$$I_\nu(x, y) = I_0, \quad (14)$$

より、ビジビリティは

$$S_\nu(u, v) = \iint I_\nu(x, y) e^{2\pi i(ux+vy)} dx dy = I_0 \delta(u) \delta(v). \quad (15)$$

すなわち、観測されるビジビリティは原点  $(u, v)=(0, 0)$  以外ではすべて 0 となる。これは、この天体を干渉計で観測しても、天体がまったく無いブランクスカイを観測した場合と同じように見えることを意味する。つまり、一様輝度で無限に広がる構造は、単一鏡  $(u, v)=(0, 0)$  に相当) 以外では観測できない。これは、一様輝度の天体の場合、各場所からの電波が場所ごとに異なる遅延時間  $\tau_g$  を持っているために、可干渉性を持った積分ができないことに起因している。有限の大きさをもった天体の場合でも、天体の大きさがビームサイズよりも大きくなると、干渉計で検出されるフラックスは真のフラックスに対して著しく減少する。このようなミッシングフラックスをなるべく小さくするには、1) 短い基線を加えて UV カバレッジを良くすることに加え、2) 単一鏡で全フラックスを測定することも必要である。ALMA 計画ではこの目的のために、日本が ACA (Atacama Compact Array) を分担している。ACA は 7m 鏡 1 2 台の干渉計で短い基線をサンプルするとともに、単一鏡専用の 12m 鏡 4 台でミッシングフラックスのないトータルフラックスを測定する。